

MATEMATYKA UBEZPIECZENIOWA

ZESTAW 4

Zadanie 1. Korzystając z TTŻ dla mężczyzn i wiedząc, że $A_{40:\overline{4}|}^{\frac{1}{2}} = 0.8$ obliczyć techniczną stopę procentową i .

Zadanie 2. Obliczyć JSN dla terminowego 5-letniego ubezpieczenia dla kobiety 65-letniej na sumę 10 płatną na koniec roku śmierci, przy $i = 5\%$ i korzystając z TTŻ.

Zadanie 3. Obliczyć $A_{40:\overline{3}|}^1$ na podstawie TTŻ-2008m jeśli

- (a) $i = 4\%$,
- (b) $i = 12\%$.

Zadanie 4. Obliczyć wysokość jednorazowej składki netto w ubezpieczeniu 40-latka na sumę 20000 PLN, płatnym w chwili śmierci:

- (a) bezterminowym,
- (b) terminowym na 25 lat.

Zakładamy, że $\delta = 0.05$ oraz intensywność zgonów jest stała i wynosi 0.03. Obliczyć to samo również dla 50-latka.

Zadanie 5. Obliczyć wysokość JSN przy bezterminowym ubezpieczeniu płatnym w chwili śmierci dla 50-letniej kobiety na sumę 40000. Przyjmujemy, że dane są wartości funkcji komutacyjnych $D_{50} = 12345$, $M_{50} = 5367$ oraz $i = 4\%$.

Zadanie 6. Korzystając z tablic funkcji komutacyjnych obliczyć wysokość JSN w następujących ubezpieczeniach dla 50-latka na sumę 100000:

- (a) bezterminowym
- (b) terminowym na 20-lat
- (c) na dożycie na 10
- (d) na życie i dożycie na 15-lat.

Zadanie 7. Uzasadnić, że

$${}_m|A_x = {}_m p_x v^m A_{x+m}$$

Zadanie 8. Obliczyć JSN w ubezpieczeniu 50-letniego mężczyzny na sumę 20000 na 5 lat, odroczone o 10 lat, płatnym na koniec roku śmierci. Skorzystać z TTŻ i przyjąć, że $i = 6\%$.

Zadanie 9. Uzasadnić, że

$$A_x = vq_x + vA_{x+1}p_x.$$

Zadanie 10. Obliczyć wysokość JSN w bezterminowym ubezpieczeniu na życie dla 50-latka na sumę 10000, jeżeli analogiczna składka dla osoby o rok młodszej wynosi 0.6, stopa procentowa $i = 10\%$ oraz dane są wartości funkcji komutacyjnych $D_{49} = 850$ i $D_{50} = 765$.

Zadanie 11. Uzasadnić, że jeżeli

$$R_x = \sum_{k=0}^{\infty} M_{x+k},$$

to

$$(IA)_x = \frac{R_x}{D_x}.$$

oraz

$$(IA)_{x:\overline{n}|}^1 = \frac{R_x - R_{x+n} - nM_{x+n}}{D_x}.$$

Zadanie 12. Niech $l_x = 100 - x$ dla $0 \leq x \leq 100$ oraz $i = 5\%$. Obliczyć $(IA)_{40}$.

Zadanie 13. Na podstawie TTŻ dla kobiet wyznaczyć wysokość JSN w ubezpieczeniu płatnym na koniec roku śmierci 55-letniej kobiety na 10 lat, które gwarantuje wypłatę 10000, jeśli ubezpieczona umrze w ciągu roku od chwili obecnej, 9000, jeśli umrze ona w ciągu drugiego roku ubezpieczenia, ..., lub 1000, jeśli umrze ona w ostatnim roku ważności polisy. Zakładamy, że $v = 0.9$.

Zadanie 14. Niech Z_1 , Z_2 i Z_3 oznaczają wartości obecne wypłat z następujących polis dla 40-latka: terminowej na 20 lat, 20-letniej na dożycie oraz 20-letniej na życie i dożycie. Obliczyć wysokość składek dla polis: terminowej i na dożycie, jeżeli $\text{Var}(Z_1) = 0.0081$, $\text{Var}(Z_2) = 0.0625$, $\text{Var}(Z_3) = 0.0106$ oraz $A_{40:\overline{20}|} = 0.4$.

Zadanie 15. x -latek rozważa zakup za jednorazową składkę netto jednej z dwóch polis na życie. Z pierwszej wypłaca się 1 na koniec roku śmierci, a z drugiej — 1 na koniec półrocza śmierci. Obliczyć techniczną stopę procentową, jeżeli druga polisa jest droższa od pierwszej o 1.72%.

Zadanie 16. Bezterminowe ubezpieczenie na życie x -latka gwarantuje wypłatę 1 w chwili śmierci. Odchylenie standardowe wartości obecnej tej wypłaty równa się jednorazowej składce netto w tym ubezpieczeniu. Obliczyć tę składkę, jeżeli wiadomo, że długość życia ma w rozważanej populacji rozkład wykładniczy.

Zadanie 17. Długość przyszłego czasu życia x -latka ma rozkład gamma o gęstości

$$f_x(t) = \frac{\beta^\alpha}{\Gamma(\alpha)} t^{\alpha-1} e^{-\beta t}, \quad t > 0.$$

Obliczyć \bar{A}_x oraz $(\bar{I}\bar{A})_x$, jeżeli wiadomo, że $\alpha = 36$ oraz $\beta = 3$.