

MATEMATYKA UBEZPIECZENIOWA

ZESTAW 2B

Zadanie 1. Pokazać, że jedynym rozkładem o stałym natężeniu śmiertelności jest rozkład wykładniczy.

Zadanie 2. Przyszły czas życia osoby nowo urodzonej ma rozkład wykładniczy z parametrem 0.01. Obliczyć:

- (a) prawdopodobieństwo śmierci nie później niż w 45 roku życia;
- (b) prawdopodobieństwo dożycia 80 lat;
- (c) prawdopodobieństwo śmierci między 45 a 80 rokiem życia.

Zadanie 3. Wyznaczyć rozkład zmiennej losowej K_x i obliczyć e_x , jeżeli T_x ma rozkład wykładniczy.

Zadanie 4. Wyznaczyć wzory na funkcję przeżycia $s(t)$ oraz ${}_t p_x$ dla rozkładów de Moivre'a, Gomperta, Makehama i Weibulla.

Zadanie 5. Wyznaczyć \ddot{e}_x w modelu Weibulla z parametrem $n = 1$.

Zadanie 6. Udowodnić, że przy założeniu HJP

$$\frac{d({}_t p_x)}{dx} = {}_t p_x (\mu_x - \mu_{x+t}).$$

Zadanie 7. W populacji A natężenie zgonów dane jest wzorem

$$\mu_x^A = \frac{1}{100 - x}, \quad x < 100,$$

a w populacji B

$$\mu_x^B = \frac{n}{100 - x}, \quad x < 100,$$

gdzie n jest parametrem. Obliczyć n jeżeli wiadomo, że osobniki z populacji A mają przed sobą przeciętnie o 10% więcej życia niż osobniki z B w tym samym wieku.

Zadanie 8. W pewnej populacji śmiertelnością rządziło prawo de Moivre'a z wiekiem granicznym ω . Obecnie po 500 latach sytuacja w tej populacji pogorszyła się i natężenie zgonów wzrosło około 2000 razy, przy tym samym wieku granicznym. Jakie jest teraz prawdopodobieństwo, że x -latek dożyje co najmniej oczekiwanego wieku $x + \ddot{e}_x$?

Zadanie 9. Natężenie zgonów opisuje funkcja $\mu_t = t/100$. Obliczyć prawdopodobieństwo tego, że osoba w wieku 15 lat umrze między 35 a 45 rokiem życia.

Zadanie 10. W danej populacji śmiertelnością rządzi prawo de Moivre'a z wiekiem granicznym ω . O wieku x wiadomo, że x -latki umierają w ciągu doby dwa razy rzadziej niż osoby w wieku $2x$. Obliczyć prawdopodobieństwo, że osoba w wieku x dożyje wieku $2x$.

Zadanie 11. Obliczyć p_{10} , p_{20} , p_{30} i p_{40} jeśli rozkład trwania życia noworodka podlega prawu Gompertza z $B = 0.00026155$ i $c = 1.07826$.

Zadanie 12. Niech $\mu_{20} = 0.0056044$ oraz $\mu_{30} = 0.0132678$ i T_0 ma rozkład Gompertza. Obliczyć ${}_{10}p_{25}$.

Zadanie 13. Wyznaczyć prawdopodobieństwo przeżycia przez osobę 55-letnią co najmniej 10 lat, jeżeli analogiczne prawdopodobieństwo dla osoby 25-letniej wynosi 0.8 oraz natężenie śmiertelności opisuje funkcja $\mu_x = kx$ dla pewnego $k > 0$.

Zadanie 14. Znaleźć l_x , jeżeli $l_0 = 1000$ oraz

(a) $\mu_t = at$;

(b) $\mu_t = \frac{1}{(a_0 + a_1 t)(b_0 + b_1 t)}$.