MATEMATYKA W UBEZPIECZENIACH

ZESTAW 1

Zadanie 1. Rozwiązać równania różniczkowe

$$k'(t) = \delta k(t);$$
$$k'(t) = \delta(t)k(t);$$
$$k'(t) = \delta(t)k(t) + \gamma(t).$$

Zadanie 2. Pokazać, że

$$1 - v^{1/m} = \frac{1}{m}\, d^{(m)}$$

oraz

$$\frac{i^{(m)}}{m} = \frac{1 - v^{1/m}}{v^{1/m}}.$$

Zadanie 3. Sprawdzić, że

$$\frac{1}{m}\sum_{k=0}^{m-1}(1+i)^{k/m} = \frac{i}{i^{(m)}}.$$

Zadanie 4. W ciągu następnych 5 lat planujemy dokonać następujących wpłat

Rok	0	1	2	3	4	5
Wpłata	2	0	2	1	0	4

Obliczyć ZW tych wpłat po 5 roku, jeżeli $i = 4\%$.

Zadanie 5. Obliczyć OW ciągu następujących wypłat, jeżeli $i = 0.05$.

Rok	0	1	2	3	4
Wypłata	5	3	2	4	1

Zadanie 6. Odkładamy co roku 1000 zł przy stopie procentowej $i = 5\%$. Jaka będzie wartość naszych oszczędności po: (a) 10 latach, (b) 20 latach?

Zadanie 7. Obliczyć efektywną stopę procentową i, jeżeli stopa nominalna wynosi 5% oraz kapitalizacja jest: (a) kwartalna; (b) półroczna; (c) ciągła.

Zadanie 8. Składamy pieniądze w banku, jeśli $\delta = 0.05$. Po jakim czasie podwoimy nasz wkład? A co jeśli $\delta = 0.1$? Zakładamy kapitalizację ciągłą.

Zadanie 9. Przepływy pieniądza pewnej inwestycji są następujące:

0 rok	1 rok	2 rok	3 rok	4 rok
-500	-600	400	450	400

Czy inwestycja ta jest opłacalna dla kogoś kto może oszczędzać przy rocznej stopie procentowej $i = 6\%$?

Zadanie 10. Z tytułu renty bezterminowej dokonywane są następujące płatności:

- 1 na końcu pierwszego roku i później co 4 lata;
- 3 na końcu drugiego roku i później co 4 lata;
- 5 na końcu trzeciego roku i później co 4 lata;
- 7 na końcu czwartego roku i później co 4 lata;

Stopa procentowa wynosi 5%. Znaleźć obecną wartość tej renty.

Zadanie 11. Bank proponuje następujący kontrakt: Osoba 55-letnia wpłaca przez 10 lat składkę roczną z góry w wysokości Π, i następnie od 65 roku życia otrzymuje roczną rentę bezterminową w wysokości 1. Znaleźć składkę Π obliczoną przy założeniu, że obecna wartość całego przepływu wynosi 0, oraz $i = 5\%$.

Zadanie 12. Uzasadnić, że

$$\ddot{a}_{\overline{\infty}|} = \frac{1}{d} \qquad a_{\overline{\infty}|} = \frac{1}{i};$$

$$\ddot{a}^{(m)}_{\overline{n}|} = \frac{1}{d^{(m)}} \qquad a_{\overline{n}|} = \frac{1}{i^{(m)}}$$

Zadanie 13. Uzasadnić, że

$$_{k|}a_{\overline{n}|} = a_{\overline{n+k}|} - a_{\overline{k}|};$$

$$_{k|}a_{\overline{\infty}|} = a_{\overline{\infty}|} - a_{\overline{k}|}.$$

Zadanie 14. Wyznaczyć $_{n|}\ddot{a}^{(m)}_{\overline{\infty}|}$ oraz $_{n|}a^{(m)}{}_{\overline{\infty}|}$

Zadanie 15. Zapisać $\ddot{a}_{\overline{n}|}$, $a_{\overline{n}|}$, $\ddot{a}^{(m)}_{\overline{n}|}$ oraz $a^{(m)}_{\overline{n}|}$ jako różnice obecnych wartości odpowiednich rent bezterminowych i odroczonych.

Zadanie 16. Ile trzeba wpłacić obecnie, aby otrzymywać:

(a) 1000 rocznie z góry bezterminowo;

(b) 1500 co miesiąc z dołu bezterminowo?

Zakładamy, że $i = 5\%$.

Zadanie 17. Załóżmy, że za 10 lat od chwili obecnej chcemy zacząć otrzymywać rentę z góry przez następne 20 lat. Ponadto wiadomo, że $i = 5\%$. Ile powinniśmy wpłacić dziś, aby otrzymywać:

(a) 1200 rocznie;

(b) 300 kwartalnie;

(c) 100 miesięcznie?