

Składki i rezerwy brutto

Do tej pory wyznaczaliśmy wysokość składek netto. Podstawą wyznaczania składek netto była zasada równoważności: oczekiwana wartość obecna przyszłych świadczeń ma być równa oczekiwanej wartości obecnej przyszłych składek. Zatem wyznaczając wysokość składek netto nie uwzględniamy żadnych kosztów prowadzenia działalności ubezpieczeniowej. Teraz pokażemy jak powiększyć składki netto, aby uwzględnić te koszty. Składki takie nazywać będziemy **składkami brutto**.

1. Klasyfikacja kosztów

Koszty ponoszone przez ubezpieczyciela można podzielić na trzy zasadnicze grupy:

Koszty akwizycji: Są to koszty związane z wystawieniem nowej polisy, np.:

- koszty pozyskania klienta (reklama, badanie rynku itp.);
- prowizja dla agenta, koszty jego podróży itp.;
- badanie medyczne potencjalnego klienta;
- wypisanie polisy.

Koszty te są ponoszone jednorazowo i zakładamy, że są one proporcjonalne do sumy ubezpieczenia. Współczynnik tej proporcjonalności oznaczamy przez α .

Koszty pobierania składki: Te koszty są ponoszone tylko na początku każdego roku pobierania składek. Zakładamy, że koszty te są proporcjonalne do aktualnie pobieranej składki brutto. Współczynnik tej proporcjonalności oznaczamy przez β .

Koszty administracyjne: W tej grupie znajdują się wszystkie pozostałe rodzaje kosztów:

- wynagrodzenia pracowników;
- koszty wynajmu pomieszczeń;
- koszty przetwarzania informacji (usługi informatyczno-telekomunikacyjne);
- koszty realizacji nowych inwestycji;
- podatki i koszty licencji na działalność ubezpieczeniową.

Koszty administracyjne są pobierane przez cały okres ważności polisy w wysokości proporcjonalnej do sumy ubezpieczenia. Współczynnik tej proporcjonalności oznaczamy przez γ .

2. Składki brutto

Składką brutto nazywamy poziom składki P^{br} taki, który przeciętnie wystarczy na pokrycie przyszłych świadczeń z tytułu ubezpieczenia oraz wszystkich kosztów wymienionych w powyżej. Zatem

$$P^{\text{br}} = P + P^\alpha + P^\beta + P^\gamma,$$

gdzie P oznacza składkę netto, a pozostałe składniki po prawej stronie oznaczają te części składki, które mają zrównoważyć w sensie aktuarialnym wydatki ponoszone w poszczególnych kategoriach. Oznacza to, że składkę brutto wyznaczamy z następującego warunku równoważności:

$$\text{OWA składki brutto} = \text{OWA przyszłego świadczenia} + \text{OWA kosztów}$$

PRZYKŁAD 19. Jako pierwszy przykład rozważmy składki brutto $P_{x:\overline{n}}^{\text{br}}$ w ubezpieczeniu na życie i dożycie na sumę 1 dla x -latka na n lat. Wtedy OWA przyszłych składek brutto wynosi $P_{x:\overline{n}}^{\text{br}}\ddot{a}_{x:\overline{n}}$. Z drugiej strony

- OWA przyszłego świadczenia (czyli JSN) wynosi $A_{x:\overline{n}}$;
- koszty akwizycji wynoszą α ;
- OWA kosztów poboru składki wynosi $\beta P_{x:\overline{n}}^{\text{br}}\ddot{a}_{x:\overline{n}}$;
- OWA kosztów administracyjnych wynosi $\gamma\ddot{a}_{x:\overline{n}}$.

Zatem $P_{x:\overline{n}}^{\text{br}}$ wyznaczamy z równości

$$P_{x:\overline{n}}^{\text{br}}\ddot{a}_{x:\overline{n}} = A_{x:\overline{n}} + \alpha + \beta P_{x:\overline{n}}^{\text{br}}\ddot{a}_{x:\overline{n}} + \gamma\ddot{a}_{x:\overline{n}}. \quad (*)$$

Stąd

$$P_{x:\overline{n}}^{\text{br}} = \frac{A_{x:\overline{n}} + \alpha + \gamma\ddot{a}_{x:\overline{n}}}{(1 - \beta)\ddot{a}_{x:\overline{n}}}$$

Ale $A_{x:\overline{n}} + d\ddot{a}_{x:\overline{n}} = 1$, a więc

$$P_{x:\overline{n}}^{\text{br}} = \frac{1 + \alpha}{1 - \beta} P_{x:\overline{n}} + \frac{\alpha d + \gamma}{1 - \beta}$$

Natomiast dzieląc równanie (*) stronami przez $\ddot{a}_{x:\overline{n}}$ otrzymujemy

$$P_{x:\overline{n}}^{\text{br}} = P_{x:\overline{n}} + \frac{\alpha}{\ddot{a}_{x:\overline{n}}} + \beta P_{x:\overline{n}}^{\text{br}} + \gamma,$$

a więc

$$P^\alpha = \frac{\alpha}{\ddot{a}_{x:\overline{n}}}, \quad P^\beta = \beta P_{x:\overline{n}}^{\text{br}}, \quad P^\gamma = \gamma.$$

PRZYKŁAD 20. Jako drugi przykład rozważmy składki brutto ${}_m P_{x:\overline{n}}^{\text{br}}$ w ubezpieczeniu na życie i dożycie na sumę 1 dla x -latka na n lat, ale z okresem płaćenia składek równym $m \leq n$. Wtedy wszystkie koszty są takie same jak wyżej z wyjątkiem kosztów poboru składki, których OWA wynosi tym razem $\beta {}_m P_{x:\overline{n}}^{\text{br}}\ddot{a}_{x:\overline{m}}$. Zatem ${}_m P_{x:\overline{n}}^{\text{br}}$ wyznaczamy z równości

$${}_m P_{x:\overline{n}}^{\text{br}}\ddot{a}_{x:\overline{n}} = A_{x:\overline{n}} + \alpha + \beta {}_m P_{x:\overline{n}}^{\text{br}}\ddot{a}_{x:\overline{m}} + \gamma\ddot{a}_{x:\overline{n}}, \quad (**)$$

a więc tym razem

$${}_mP_{x:\overline{n}|}^{\text{br}} = \frac{1 + \alpha}{1 - \beta} {}_mP_{x:\overline{n}|} + \frac{\alpha d + \gamma}{1 - \beta} \cdot \frac{\ddot{a}_{x:\overline{n}|}}{\ddot{a}_{x:\overline{m}|}}.$$

